

N.K<sup>®</sup>

# अवकलन गणित

## Differential Calculus

(राजस्थान विश्वविद्यालय, जयपुर; महाराजा सूरजमल बृज विश्वविद्यालय, भरतपुर;  
पं. दीनदयाल उपाध्याय शेखावाटी विश्वविद्यालय, सीकर; मत्स्य विश्वविद्यालय, अलवर;  
जयनारायण व्यास विश्वविद्यालय, जोधपुर; कोटा विश्वविद्यालय, कोटा; महाराजा गंगासिंह  
विश्वविद्यालय, बीकानेर; मोहनलाल सुखाड़िया विश्वविद्यालय, उदयपुर; महर्षि दयानंद सरस्वती  
विश्वविद्यालय, अजमेर एवं गोविन्द गुरु जनजाति विश्वविद्यालय, बांसवाड़ा द्वारा  
स्वीकृत पाठ्यक्रमानुसार उपयोगी पुस्तक)

**डॉ. महेश पुरी गोस्वामी**

असिस्टेंट प्रोफेसर, गणित विभाग,  
मोहनलाल सुखाड़िया विश्वविद्यालय,  
उदयपुर (राज.)

**जे. पी. सैनी**

एसोसिएट प्रोफेसर, गणित विभाग,  
राजकीय विज्ञान पी.जी. महाविद्यालय,  
सीकर (राज.)

**प्रो. एम. सी. सैनी**

प्राचार्य,  
राजकीय कमला मोदी महिला महाविद्यालय,  
नीमकाथाना, सीकर (राज.)



NEELKANTH

**NEELKANTH PUBLISHERS (P) LTD.**



# अनुक्रमणिका

<b>1. अनुक्रम का अभिसरण.....</b>	<b>1-24</b>
<b>(CONVERGENCE OF A SEQUENCE)</b>	
1. अनुक्रम	1
2. परिसर	2
3. एकदिष्ट अनुक्रम	2
4. अनुक्रम के परिबद्ध	3
5. अनुक्रम का उच्चक तथा निम्नक	3
6. अनुक्रम का सीमा बिन्दु	3
7. अनुक्रम की सीमा	4
8. उपानुक्रम	4
9. अनुक्रम का अभिसरण	5
10. अनुक्रमों का बीजगणित	10
11. कौशी या मूल अनुक्रम	11
<b>2. अनन्त श्रेणी.....</b>	<b>25-101</b>
<b>(INFINITE SERIES)</b>	
1. श्रेणी	25
2. श्रेणी का अभिसरण	26
3. गुणोत्तर श्रेणी का अभिसरण	27
4. अनन्त श्रेणियों के गुणधर्म	28
5. कौशी का अभिसरण का सामान्य सिद्धान्त	28
6. श्रेणी के अभिसरण के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध	29
7. धनात्मक पदों की श्रेणियाँ	30
8. तुलनात्मक परीक्षण	31
9. हाइपर-हारमोनिक श्रेणी का अभिसरण	35
10. कौशी का मूल परीक्षण	44
11. डी-अलम्बर्ट का अनुपात परीक्षण	52
12. लघुगणकीय अनुपात परीक्षण	54
13. राबी परीक्षण	64
14. डी-मॉर्गन एवं बरट्राण्ड परीक्षण	74
15. गाउस परीक्षण	76



16. कौशी संघनन परीक्षण	77
17. एकान्तर श्रेणी	90

### 3. अवकलज ..... 102-123 (THE DERIVATIVE)

1. फलन का अवकलज	102
2. दक्षिण पक्षीय तथा वाम पक्षीय अवकलज	103
3. अन्तराल में फलन की अवकलनीयता	103
4. परिमित अवकलज के अस्तित्व के लिए आवश्यक शर्त	108
5. अवकलजों का बीजगणित	110
6. फलन के फलन का अवकलज या श्रृंखला नियम	112
7. प्रतिलोम फलन का अवकलज	113

### 4. माध्यमान प्रमेय ..... 124-165 (MEAN VALUE THEOREMS)

1. रोल प्रमेय	124
2. रोल प्रमेय का बीजीय अर्थ	125
3. रोल प्रमेय का ज्यामितीय अर्थ	126
4. लाग्रान्ज की माध्यमान प्रमेय	131
5. लाग्रान्ज के माध्यमान प्रमेय का ज्यामितीय अर्थ	132
6. लाग्रान्ज के माध्यमान प्रमेय का दूसरा रूप	133
7. लाग्रान्ज के माध्यमान प्रमेय से महत्त्वपूर्ण निगमन	134
8. कौशी माध्यमान प्रमेय	139
9. कौशी प्रमेय का अन्य रूप	140
10. व्यापक माध्यमान प्रमेय	143
11. द्वितीय माध्यमान प्रमेय	145
12. व्यापकीकृत माध्यमान प्रमेय	148
13. मैक्लारिन प्रमेय	153

### 5. चाप का अवकलज तथा पदिक समीकरण ..... 166-189 (DERIVATIVE OF AN ARC AND PEDAL EQUATION)

1. चाप का अवकलज	166
2. एक चाप का इसकी जीवा से अनुपात	166
3. चाप की लम्बाई का अवकलज	167



4.	महत्त्वपूर्ण सूत्र	170
5.	ध्रुवान्तर रेखा तथा स्पर्श रेखा के मध्य कोण	177
6.	स्पर्श रेखा पर ध्रुव से लम्ब की लम्बाई	178
7.	पदिक समीकरण	179
<b>6.</b>	<b>वक्रता त्रिज्या..... 190-230</b>	
	<b>(CURVATURE)</b>	
1.	वक्रता त्रिज्या के लिए सूत्र	191
2.	वक्रता त्रिज्या के लिए कार्तीय सूत्र	192
3.	प्राचलिक वक्रों की वक्रता त्रिज्या	193
4.	वक्रता त्रिज्या के लिए सूत्र, जबकि $x$ तथा $y$ दोनों $s$ के फलन हों	194
5.	वृत्त की वक्रता	194
6.	पदिक समीकरणों के लिए सूत्र	206
7.	ध्रुवी समीकरणों के लिए वक्रता-त्रिज्या	206
8.	कोणीय ध्रुवी समीकरणों के लिए वक्रता त्रिज्या सूत्र	208
9.	परिभाषाएँ	208
10.	वक्रता केन्द्र के निर्देशांक	209
11.	वक्रता जीवाओं की लम्बाइयाँ	210
12.	मूलबिन्दु पर वक्रता	223
<b>7.</b>	<b>आंशिक अवकलन..... 231-272</b>	
	<b>(PARTIAL DIFFERENTIATION)</b>	
1.	दो चरों वाले फलन	231
2.	आंशिक अवकल गुणांक	232
3.	समघात फलन	244
4.	सम्पूर्ण अवकल गुणांक	253
5.	अस्पष्ट फलनों का अवकलन	253
6.	दो चरों के फलन के लिए टेलर का प्रमेय	264
<b>8.</b>	<b>अन्वालोप ..... 273-292</b>	
	<b>(ENVELOPES)</b>	
1.	वक्रों का कुल	273
2.	अन्वालोप	273
3.	अन्वालोप ज्ञात करने की विधि	274
4.	अन्वालोप ज्ञात करना यदि वक्र का समीकरण प्राचल का द्विघाती हो	275



5. जब दो प्राचल किसी सम्बन्ध द्वारा सम्बन्धित हो तो अन्वालोप ज्ञात करना	284
--	-----

**9. उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ ..... 293-318**  
(MAXIMA AND MINIMA)

1. फलन के चरम मान के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध	293
2. फलन के उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ मान के लिए पर्याप्त प्रतिबंध	294
3. उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ ज्ञात करने की क्रियाविधि	296
4. दो चरों वाले फलनों के उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ	300
5. फलन $f(x, y)$ के चरम मान की कसौटी	301
6. अनिधार्य गुणांकों की लाग्रान्ज विधि	309

**10. अनन्तस्पर्शियां ..... 319-346**  
(ASYMPTOTES)

1. वक्र $y = f(x)$ की अनन्तस्पर्शियां ज्ञात करना	319
2. अनन्तस्पर्शियां ज्ञात करने की वैकल्पिक विधियां	332
3. ध्रुवीय वक्रों के अनन्तस्पर्शां	340

**11. बहुल बिन्दु तथा वक्र अनुरेखण ..... 347-384**  
(MULTIPLE POINTS AND CURVE TRACING)

1. वक्र की उत्तलता तथा अवतलता	347
2. अवतलता, उत्तलता तथा नति परिवर्तन का परीक्षण	348
3. बहुल बिन्दु-द्विक बिन्दु	355
4. द्विक बिन्दु विद्यमान होने के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध	357
5. कार्तीय वक्रों का अनुरेखण	360
6. ध्रुवी समीकरण वाले वक्रों के अनुरेखण की प्रक्रिया	372
7. प्राचलिक समीकरण वाले वक्रों के अनुरेखण की प्रक्रिया	374

□□□



**PUBLISHER**  
**NEELKANTH PUBLISHERS (P) LTD.**  
C-93, JAGRAJ MARG,  
BAPU NAGAR, JAIPUR (RAJASTHAN)  
PH. 0141-2702517, 2712098, 4022517  
e-mail : info@neelkanthpublishers.in  
www.neelkanthpublishers.com  
www.neelkanthpublishers.in

© Publisher

Edition : 2020

ISBN : 978-93-88941-87-7

Price : ₹ 180.00

*Notice: Without written prior permission of the authors/publisher, no person/public/institute should use in full/part of the Text/Design/Question/Material of the book. If any body/publication is found doing so, legal action will be taken against them accordingly.*

Printed at  
Sheetal Printers, Jaipur

Author does not claim the originality of the matter, books from various authors are consulted and acknowledged accordingly. Although every effort is made to avoid errors and omissions, however, there may be possibility of some mistakes being left out due to invisibility. This book is released with the understanding that neither the author nor the publisher will be responsible in any manner of harm from this book. Dispute, if any, shall be subjected to Jaipur jurisdiction only.